

Méthode : Etudier une fonction, p103.

NUART : 17 91745 ; ISBN : 978-2-218-99531-6

- Etude de la dérivabilité et détermination de la dérivée

$$f'(x) = \frac{-8x}{(4x^2 - 4)^2}$$

erreur

Correction

$$f(x) = \frac{2x^2}{4x^2 - 4} \Rightarrow f'(x) = \frac{-16x}{(4x^2 - 4)^2}$$

Démonstration :

➤ Rappel : $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

➤ Déterminons $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$:

$$\begin{aligned} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} &= \frac{\frac{2(x+h)^2}{4(x+h)^2 - 4} - \frac{2x^2}{4x^2 - 4}}{h} = \frac{\frac{2x^2 + 4xh + 2h^2}{4x^2 + 8xh + 4h^2 - 4} - \frac{2x^2}{4x^2 - 4}}{h} = \left(\frac{-16xh - 8h^2}{16x^4 + 32x^3h + 16x^2h^2 - 32x^2 - 32xh - 16h^2 + 16} \right) \\ &= \frac{h(-16x - 8h)}{h(16x^4 + 32x^3h + 16x^2h^2 - 32x^2 - 32xh - 16h^2 + 16)} = \frac{(-16x - 8h)}{(16x^4 + 32x^3h + 16x^2h^2 - 32x^2 - 32xh - 16h^2 + 16)} \end{aligned}$$

➤ Soit :

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{-16x}{16x^4 - 32x^2 + 16} = \frac{-16x}{(4x^2 - 4)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-16x}{(4x^2 - 4)^2}$$